

Nombres réels

Exercice 1

Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$1. A = \frac{\frac{-1}{3} + 5}{\frac{5}{2} + 10}$$

$$3. C = \frac{66}{7} - \frac{-11}{28} \times \frac{28}{11}$$

$$2. B = \frac{-72}{7} + \frac{9}{70} \times \frac{-49}{81}$$

$$4. D = \frac{\frac{-7}{10} + 6}{\frac{-3}{2} + 8}$$

Exercice 2

Compléter les égalités par le nombre approprié.

$$1. 20^2 \times 5^2 = \dots^2$$

$$2. 15^3 \times \dots^3 = 60^3$$

$$3. \frac{1}{12^3} + \frac{1}{4^3} = \frac{28}{\dots^3}$$

Exercice 3

Simplifier l'écriture de chaque nombre.

$$1. A = 2^{17} \times 0,5^{16}$$

$$3. C = 36^{-5} \times 6^5 \times 6^6$$

$$2. B = \left(\frac{7}{3}\right)^9 \times \left(\frac{3}{7}\right)^8$$

$$4. D = \left(\frac{2}{3}\right)^{13} \times 1,5^{12}$$

Exercice 4

Écrire chacun des nombres sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers.

$$A = \sqrt{8} \quad B = \sqrt{180} \quad C = \sqrt{75} \quad D = \sqrt{120}$$

Exercice 5

Simplifier les nombres suivants.

$$1. A = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{20} + \sqrt{75}$$

$$2. B = 3\sqrt{44} - 5\sqrt{11} + 8\sqrt{121}$$

$$3. C = 5\sqrt{18} + 3\sqrt{8} + 7\sqrt{128}$$

Exercice 6

Simplifier les nombres suivants.

$$F = \sqrt{32} \times \sqrt{50} \quad G = \sqrt{\sqrt{256}} \quad H = \sqrt{13} \times \sqrt{0}$$

Exercice 7

Soient x, y, z des réels.

Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $(x + y + z)(xy + yz + zx)$

3. $(x + y + z)^3$

2. $(x + y + z)^2$

4. $(x + y)^3 - (x^3 + y^3)$

Exercice 8

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1. $(x^2 - 1)^2 = (x + 1)^2$

2. $2x(x + 1)^2 = (1 - 3x)(x + 1)^2$

3. $\frac{2x - 1}{x^2 + 1} = 2$

4. $\frac{3x^2 - 2x + 1}{3x - 1} = \frac{2x^2 + 11x + 5}{2x - 5}$

5. $\sqrt{2x + 3} = x - 6$

6. $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = 3x + 2$

7. $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 3} - \sqrt{3x - 1} = 0$

8. $\ln(x - 2) + \ln(x + 3) = 2$

9. $e^x - e^{-x} = \frac{15}{4}$

10. $x + \sqrt{x} - 6 = 0$

11. $3e^{2x} + 2e^x - 1 = 0$

Exercice 9

Soit m un paramètre réel.

Résoudre suivant les valeurs de m l'équation $mx^2 - 2mx + 2 = 0$.

Exercice 10

Soit m un paramètre réel.

Résoudre suivant les valeurs de m l'équation $(m - 2)x^2 + 2(m + 1)x + m - 14 = 0$.

Exercice 11

Soit m un réel.

Déterminer les valeurs de m telles que, pour tout réel x , on ait

$$\frac{2x^2 + 2mx + m}{4x^2 + 6x + 3} = 1$$

Exercice 12

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

1. $x^2 \leq -x$.

2. $\frac{2x}{x^2 - 1} \leq 2x$.

3. $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} < \frac{1}{2}$.

4. $\ln(\ln(x)) > 0$.

5. $x + 3 \geq \sqrt{x^2 + 4}$

6. $\frac{1-x}{1+x} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) > 0$.

Exercice 13

Soit x un réel de l'intervalle $\left] \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right[$.

Encadrer la quantité $-x^2 + x + 1$.

Exercice 14

Soient x et y des réels strictement positifs.

1. Montrer que $\frac{1}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2xy}$.

2. Montrer que $\frac{x+y}{x^2 + y^2} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$

Exercice 15

Soient x et y deux réels tels que $x + y = 1$.

Montrer que $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}$.

Exercice 16

Résoudre dans \mathbb{R} .

1. $|2x - 3| = 5$

2. $|x - 1| = |x + 3|$

3. $|2x - 3| < |3x + 1|$