Equations de droites et de cercles

Dans tout le chapitre, on se placera dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Définition

On appelle **équation de droite** (ou plus généralement équation de courbe) toute équation d'inconnues x et y dont l'ensemble des solutions est exactement l'ensemble des coordonnées $(x; y)$ des points de la droite (ou de la courbe).

Définition

On appelle **équation de droite** (ou plus généralement équation de courbe) toute équation d'inconnues x et y dont l'ensemble des solutions est exactement l'ensemble des coordonnées $(x; y)$ des points de la droite (ou de la courbe).

Conséquence

Un point de coordonnées $(x_0; y_0)$ appartient donc à la droite (ou la courbe) si et seulement si $(x_0; y_0)$ est solution de l'équation.

Propriété-Définition

Une droite admet une équation de la forme

$$y = ax + b \qquad \text{ou} \qquad x = c \quad (a, b, c \text{ réels})$$

Propriété-Définition

Une droite admet une équation de la forme

$$y = ax + b \qquad \text{ou} \qquad x = c \quad (a, b, c \text{ réels})$$

Cette équation est appelée **l'équation réduite de la droite**.

Remarques

- Une droite admet une équation réduite de la forme $x = c$ si et seulement si elle est parallèle à l'axe des ordonnées.
  Cela correspond à une droite dont tous les points ont pour abscisse c.

Remarques

- Une droite admet une équation réduite de la forme $x = c$ si et seulement si elle est parallèle à l'axe des ordonnées.
  Cela correspond à une droite dont tous les points ont pour abscisse c.
- Dans le cas où l'équation réduite de la droite est du type $y = ax + b$, a est appelé le **coefficient directeur** de la droite

Remarques

- Une droite admet une équation réduite de la forme $x = c$ si et seulement si elle est parallèle à l'axe des ordonnées.
  Cela correspond à une droite dont tous les points ont pour abscisse c.
- Dans le cas où l'équation réduite de la droite est du type $y = ax + b$, a est appelé le **coefficient directeur** de la droite et b **l'ordonnée à l'origine**.

Propriété

Soient d et d' deux droites d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b$.

$$d//d' \quad \text{si et seulement si} \quad a = a'$$

Définition

Un vecteur *non nul* $\overrightarrow{u}$ est un **vecteur directeur** d'une droite Δ si et seulement si pour tous les points A et B appartenant à Δ, $\overrightarrow{u}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.

Définition

Un vecteur *non nul* $\overrightarrow{u}$ est un **vecteur directeur** d'une droite Δ si et seulement si pour tous les points A et B appartenant à Δ, $\overrightarrow{u}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$.

Remarque

$\overrightarrow{u}$ est un vecteur directeur de Δ si et seulement si $\overrightarrow{u}$ et Δ ont la même direction.

Propriété

Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs, $\overrightarrow{u}$ non nul.
$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel k tel que

$$\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$$

Définition

Soient les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$.

Le **déterminant** des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ est le *réel*, noté $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, valant

$$\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = ab' - a'b$$

Propriété

Soient les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = 0$.

Conséquence

Si Δ est une droite passant par le point $A(x_A; y_A)$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur alors

$M(x; y) \in \Delta$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ sont colinéaires

Conséquence

Si Δ est une droite passant par le point $A(x_A; y_A)$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur alors

$M(x; y) \in \Delta$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ sont colinéaires

ce qui équivaut à $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u}) = (x - x_A) \times b - a(y - y_A) = 0$.

Conséquence

Si Δ est une droite passant par le point $A(x_A ; y_A)$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur alors

$M(x ; y) \in \Delta$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ sont colinéaires

ce qui équivaut à $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u}) = (x - x_A) \times b - a(y - y_A) = 0$.

En développant et réduisant le membre de gauche, on obtient une nouvelle équation caractérisant la droite Δ.

Propriété-Définition

Pour toute droite d du plan, il existe trois réels a, b et c $((a,b) \neq (0,0))$ tels que

$M(x;y) \in d$ si et seulement si $ax + by + c = 0$.

Propriété-Définition

Pour toute droite d du plan, il existe trois réels a, b et c $((a, b) \neq (0, 0))$ tels que

$M(x; y) \in d$ si et seulement si $ax + by + c = 0$.
L'équation $ax + by + c = 0$ est alors une **équation cartésienne** de la droite d.

Exemple

Soient les points $A(6;2)$ et $B(-1;3)$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

Exemple

Soient les points $A(6;2)$ et $B(-1;3)$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

Le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-6 \\ 3-2 \end{pmatrix}$ *est un vecteur directeur de la droite* (AB)*. On en déduit que*

Exemple

Soient les points $A(6;2)$ et $B(-1;3)$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

Le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-6 \\ 3-2 \end{pmatrix}$ *est un vecteur directeur de la droite* (AB). *On en déduit que*

$M(x;y) \in (AB)$ *si et seulement si* $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-6 \\ y-2 \end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$ *sont colinéaires*

Exemple

Soient les points $A(6;2)$ et $B(-1;3)$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

Le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-6 \\ 3-2 \end{pmatrix}$ *est un vecteur directeur de la droite* (AB)*. On en déduit que*

$M(x;y) \in (AB)$ *si et seulement si* $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-6 \\ y-2 \end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$ *sont colinéaires*

ce qui équivaut à $\det(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}) = 1 \times (x-6) - (-7)(y-2) = 0$

Exemple

Soient les points $A(6;2)$ et $B(-1;3)$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

Le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-6 \\ 3-2 \end{pmatrix}$ *est un vecteur directeur de la droite* (AB). *On en déduit que*

$M(x;y) \in (AB)$ *si et seulement si* $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-6 \\ y-2 \end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$ *sont colinéaires*

ce qui équivaut à $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 1 \times (x-6) - (-7)(y-2) = 0$

ce qui équivaut à $x - 6 + 7y - 14 = 0$

Exemple

Soient les points $A(6;2)$ et $B(-1;3)$.
Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

Le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-6 \\ 3-2 \end{pmatrix}$ *est un vecteur directeur de la droite* (AB). *On en déduit que*

$M(x;y) \in (AB)$ *si et seulement si* $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-6 \\ y-2 \end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \end{pmatrix}$ *sont colinéaires*

ce qui équivaut à $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 1 \times (x-6) - (-7)(y-2) = 0$

ce qui équivaut à $x - 6 + 7y - 14 = 0$ *ce qui équivaut à* $x + 7y - 20 = 0$.

Une équation cartésienne de la droite (AB) *est donc*

$$(AB)\ :\ x + 7y - 20 = 0$$

Propriété

Soient a, b, c, a', b', c' six réels $(a, b) \neq (0, 0)$ et $(a', b') \neq 0)$.
Soit d et d' deux droites telles que

$$d \ : \ ax + by + c = 0 \quad \text{et} \quad d' \ : \ a'x + b'y + c' = 0$$

$$d//d' \text{ si et seulement si } ab' - a'b = 0.$$

Propriété

Soient a, b et c trois réels $((a, b) \neq (0, 0))$.
L'ensemble des points $M(x; y)$ vérifiant l'équation $ax + by + c = 0$ est une droite.

Définition

Un vecteur non nul $\overrightarrow{n}$ est **normal** à une droite Δ si et seulement si il est orthogonal à tous les vecteurs directeurs de Δ.

Définition

Un vecteur non nul $\overrightarrow{n}$ est **normal** à une droite Δ si et seulement si il est orthogonal à tous les vecteurs directeurs de Δ.

Remarque

Un vecteur normal à une droite a donc sa direction orthogonale à la direction de la droite.

Propriété

Soient Δ une droite, A un point de cette droite et $\vec{n}$ un vecteur normal à cette droite. Alors, pour tout point M,

$$M \in \Delta \text{ si et seulement si } \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$$

Propriété

Soient Δ une droite, A un point de cette droite et $\vec{n}$ un vecteur normal à cette droite. Alors, pour tout point M,

$$M \in \Delta \text{ si et seulement si } \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$$

Conséquence

Soient $A(x_A; y_A)$ un point de la droite Δ et $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ un vecteur normal à Δ. Alors, on peut obtenir une équation cartésienne de la droite Δ en considérant $M(x; y)$ et en utilisant la propriété ci-dessus.

Exemple

Soit la droite Δ passant par le point $A(-3;6)$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal.
Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ.

Exemple

Soit la droite Δ passant par le point $A(-3;6)$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal.
Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ.

$M(x;y) \in \Delta$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux.

Exemple

Soit la droite Δ passant par le point $A(-3;6)$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal.
Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ.

$M(x;y) \in \Delta$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux.
Ce qui équivaut à $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{n} = 0$ ou encore,

Exemple

Soit la droite Δ passant par le point $A(-3;6)$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal.
Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ.

$M(x;y) \in \Delta$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux.
Ce qui équivaut à $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{n} = 0$ ou encore,

$$2(x+3) - (y-6) = 0$$

ou encore,

Exemple

Soit la droite Δ passant par le point $A(-3;6)$ et admettant le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal.
Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ.

$M(x;y) \in \Delta$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+3 \\ y-6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux.
Ce qui équivaut à $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{n} = 0$ ou encore,

$$2(x+3) - (y-6) = 0$$

ou encore,

$$2x - y + 12 = 0$$

Propriété

Soient a, b et c trois réels $((a, b) \neq (0, 0))$. Si Δ admet pour équation cartésienne l'équation $ax + by + c = 0$ alors le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à Δ.

Propriété

Soit le point $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$. Soit R un réel positif.
Le cercle de centre Ω et de rayon R admet pour équation

$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$$

Propriété

Soit le point $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$. Soit R un réel positif.
Le cercle de centre Ω et de rayon R admet pour équation

$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$$

Preuve

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon R.

Propriété

Soit le point $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$. Soit R un réel positif.
Le cercle de centre Ω et de rayon R admet pour équation

$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$$

Preuve

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon R.
$M(x; y) \in \mathcal{C}$ si et seulement si $\Omega M = R$.

Propriété

Soit le point $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$. Soit R un réel positif.
Le cercle de centre Ω et de rayon R admet pour équation

$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$$

Preuve

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon R.
$M(x; y) \in \mathcal{C}$ si et seulement si $\Omega M = R$.
Comme il s'agit de longueurs, cela équivaut à $\Omega M^2 = R^2$.

Propriété

Soit le point $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$. Soit R un réel positif.
Le cercle de centre Ω et de rayon R admet pour équation

$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$$

Preuve

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon R.
$M(x; y) \in \mathcal{C}$ si et seulement si $\Omega M = R$.
Comme il s'agit de longueurs, cela équivaut à $\Omega M^2 = R^2$.
Or, dans un repère orthonormé, on a :

$$\Omega M^2 = (x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2$$

Propriété

Soit le point $\Omega(x_\Omega; y_\Omega)$. Soit R un réel positif.
Le cercle de centre Ω et de rayon R admet pour équation

$$(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$$

Preuve

Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre Ω et de rayon R.
$M(x; y) \in \mathcal{C}$ si et seulement si $\Omega M = R$.
Comme il s'agit de longueurs, cela équivaut à $\Omega M^2 = R^2$.
Or, dans un repère orthonormé, on a :

$$\Omega M^2 = (x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2$$

D'où le résultat.

Application

Si on considère un cercle $\mathcal{C}$ d'équation

$$x^2 + ax + y^2 + by + c = 0$$

alors, pour déterminer le centre et le rayon de ce cercle, on peut :

Application

Si on considère un cercle $\mathcal{C}$ d'équation

$$x^2 + ax + y^2 + by + c = 0$$

alors, pour déterminer le centre et le rayon de ce cercle, on peut :

- ⋆ Remplacer les expressions $x^2 + ax$ et $y^2 + by$ par leurs formes canoniques.

Application

Si on considère un cercle $\mathcal{C}$ d'équation

$$x^2 + ax + y^2 + by + c = 0$$

alors, pour déterminer le centre et le rayon de ce cercle, on peut :

- ⋆ Remplacer les expressions $x^2 + ax$ et $y^2 + by$ par leurs formes canoniques.
- ⋆ Se ramener à une équation de la forme $(x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 = R^2$.

Exemple

Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = 0$.
Déterminer le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.

Exemple

Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = 0$.
Déterminer le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.
$x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = (x-2)^2 - 4$

Exemple

Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = 0$.
Déterminer le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.
$x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = (x-2)^2 - 4 + (y+1)^2 - 1$

Exemple

Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = 0$.
Déterminer le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.
$x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = (x-2)^2 - 4 + (y+1)^2 - 1 + 2 =$

Exemple

Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = 0$.
Déterminer le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.
$x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = (x-2)^2 - 4 + (y+1)^2 - 1 + 2 = (x-2)^2 + (y+1)^2 - 3 = (x-2)^2 + (y-(-1))^2 - 3$.

Exemple

Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = 0$.
Déterminer le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.
$x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = (x-2)^2 - 4 + (y+1)^2 - 1 + 2 =$
$(x-2)^2 + (y+1)^2 - 3 = (x-2)^2 + (y-(-1))^2 - 3$.
Donc, $\mathcal{C}$ admet pour équation $(x-2)^2 + (y-(-1))^2 - 3 = 0$

Exemple

Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = 0$.
Déterminer le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.
$x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = (x-2)^2 - 4 + (y+1)^2 - 1 + 2 =$
$(x-2)^2 + (y+1)^2 - 3 = (x-2)^2 + (y-(-1))^2 - 3$.
Donc, $\mathcal{C}$ admet pour équation $(x-2)^2 + (y-(-1))^2 - 3 = 0$ ou encore $(x-2)^2 + (y-(-1))^2 = 3$

Exemple

Soit le cercle $\mathcal{C}$ d'équation $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = 0$.
Déterminer le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.
$x^2 - 4x + y^2 + 2y + 2 = (x-2)^2 - 4 + (y+1)^2 - 1 + 2 =$
$(x-2)^2 + (y+1)^2 - 3 = (x-2)^2 + (y-(-1))^2 - 3$.
Donc, $\mathcal{C}$ admet pour équation $(x-2)^2 + (y-(-1))^2 - 3 = 0$ ou encore $(x-2)^2 + (y-(-1))^2 = 3$
donc $\mathcal{C}$ est le cercle de centre $\Omega(2; -1)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

Remarque

Attention ! ! ! Toutes les équations du type $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ne sont pas des équations de cercles.

Remarque

Attention ! ! ! Toutes les équations du type
$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ne sont pas des équations de cercles.

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.

Remarque

Attention ! ! ! Toutes les équations du type $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ne sont pas des équations de cercles.

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.

$x^2+y^2+2x+6y$

Remarque

Attention ! ! ! Toutes les équations du type $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ne sont pas des équations de cercles.

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.

$x^2+y^2+2x+6y = (x+1)^2-1+(y+3)^2-9$

Remarque

Attention ! ! ! Toutes les équations du type $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ne sont pas des équations de cercles.

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.

$x^2+y^2+2x+6y = (x+1)^2-1+(y+3)^2-9 = (x+1)^2+(y+3)^2-10$ donc,

Remarque

Attention ! ! ! Toutes les équations du type
$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ne sont pas des équations de cercles.

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.

$x^2+y^2+2x+6y = (x+1)^2-1+(y+3)^2-9 = (x+1)^2+(y+3)^2-10$
donc,
l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$ équivaut à
$(x + 1)^2 + (y + 3)^2 - 10 + 11 = 0$

Remarque

Attention ! ! ! Toutes les équations du type
$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ne sont pas des équations de cercles.

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.

$x^2+y^2+2x+6y = (x+1)^2-1+(y+3)^2-9 = (x+1)^2+(y+3)^2-10$
donc,
l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$ équivaut à
$(x + 1)^2 + (y + 3)^2 - 10 + 11 = 0$
ce qui équivaut à $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = -1$.

Remarque

Attention ! ! ! Toutes les équations du type
$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ne sont pas des équations de cercles.

Exemple

Considérons l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.

$x^2+y^2+2x+6y = (x+1)^2-1+(y+3)^2-9 = (x+1)^2+(y+3)^2-10$
donc,
l'équation $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$ équivaut à
$(x + 1)^2 + (y + 3)^2 - 10 + 11 = 0$
ce qui équivaut à $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = -1$.
Cette équation n'a aucune solution, il ne s'agit donc pas d'une équation de cercle.